

Efeitos de Maré e Precessão do Eixo da Terra

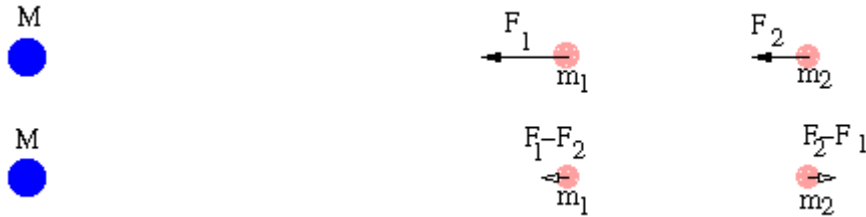
- Forças Gravitacionais Diferenciais

- Corpos com simetria esférica agem, gravitacionalmente, como massas pontuais, para as quais as influências gravitacionais são facilmente calculadas.
- Na natureza, no entanto, os corpos na maioria das vezes não são perfeitamente esféricos.
- A principal contribuição à não esfericidade em planetas é a sua rotação. Outra contribuição é proporcionada pelas forças gravitacionais diferenciais que corpos vizinhos exercem uns nos outros. Essas forças diferenciais resultam em fenômenos como marés e precessão.

- A força total exercida sobre uma partícula será:

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_{\text{centro de massa}} + d\vec{F}$$

- A força gravitacional diferencial é a diferença entre as forças gravitacionais exercidas em duas partículas vizinhas por um terceiro corpo, mais distante.
- A figura abaixo ilustra a força diferencial entre as partículas m_1 e m_2 devido à atracção gravitacional do corpo M.



$$\Delta \vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

- A força diferencial tende a **separar** as duas partículas m_1 e m_2 pois, em relação ao centro de massa, as duas se afastam. Se as duas partículas são parte do mesmo corpo, a força diferencial tende a alongá-lo ou mesmo rompê-lo.

Trabalho independente

- Dedução da força diferencial
 - o <http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node2.htm#SECTION00110000000000000000>

- **Marés**
 - o As marés na Terra constituem um fenómeno resultante da atracção gravitacional exercida pela Lua sobre a Terra e, em menor escala, da atracção gravitacional exercida pelo Sol sobre a Terra.
 - o A ideia básica da maré provocada pela Lua, por exemplo, é que a atracção gravitacional sentida por cada ponto da Terra devido à Lua depende da distância do ponto à Lua.
 - o Portanto a atracção gravitacional sentida no lado da Terra que está mais próximo da Lua é maior do que a sentida

no centro da Terra, e a atracção gravitacional sentida no lado da Terra que está mais distante da Lua é menor do que a sentida no centro da Terra.

- o Em relação ao centro da Terra, um lado está sendo puxado na direcção da Lua e o outro lado está sendo puxado na direcção contrária.
- o A maré do lado oposto não é causada pela rotação da Terra. Como a água flui muito facilmente, ela se "empilha" nos dois lados da Terra, que fica com um bojo de água na direcção da Lua e outro na direcção contrária.

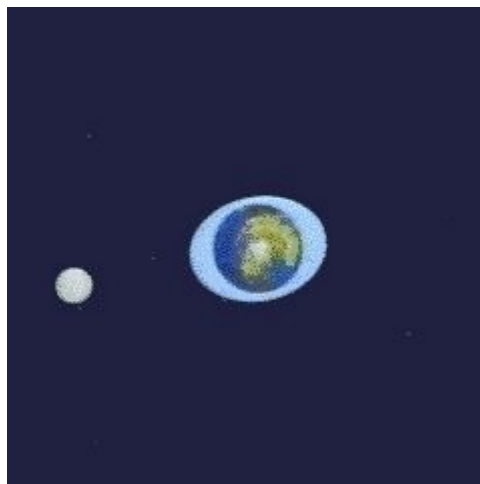


Figura fora de escala da Terra e da Lua

(<http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node3.htm#SECTION00120000000000000000>)

- o Enquanto a Terra gira no seu movimento diário, o bojo de água continua sempre apontando aproximadamente na direcção da Lua.
- o Em um certo momento, um certo ponto da Terra estará embaixo da Lua e terá maré alta.
 - o Aproximadamente seis horas mais tarde (6h 12m), a rotação da Terra terá levado esse ponto a 90° da Lua, e ele terá maré baixa.

- o Dali a mais seis horas e doze minutos, o mesmo ponto estará a 180° da Lua, e terá maré alta novamente.
- o Portanto as marés acontecem duas vezes a cada 24h 48, que é a duração do dia lunar.

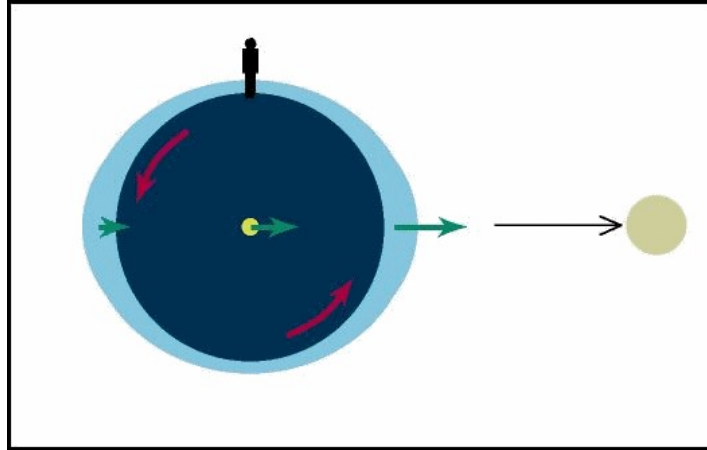


Figura fora de escala da Terra e da Lua

(<http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node3.htm#SECTION00120000000000000000>)

- o Se a Terra fosse totalmente coberta de água, a máxima altura da maré seria 1 m.
- o Como a Terra não é completamente coberta de água, vários aspectos resultantes da distribuição das massas continentais contribuem para que a altura e a hora da maré variem de lugar a outro.
- o Em algumas baías e estuários as marés chegam a atingir 10 m de altura.



(<http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node3.htm#SECTION00120000000000000000>)

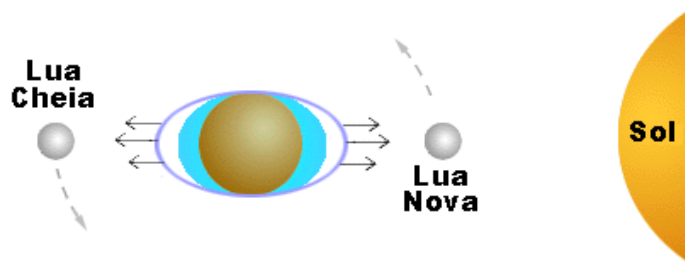
Trabalho independente

- o Expressão da força de maré.
- o As marés, a rotação sincronizada da Lua e a evolução do sistema Terra-Lua.
- o Limite de Roche.

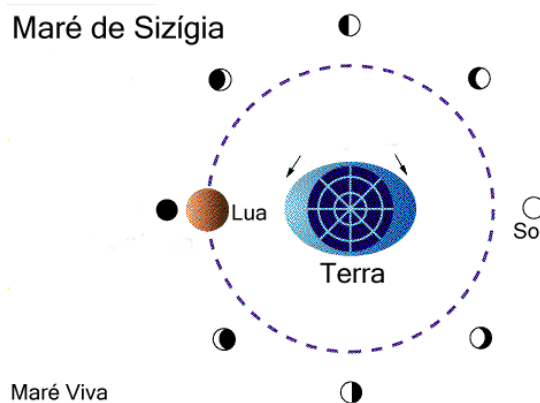
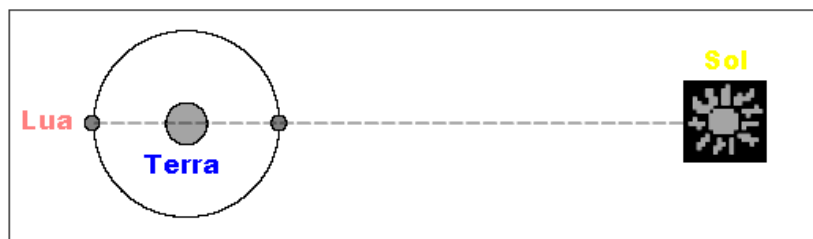
-
- o **Comparação das marés produzidas na Terra pela Lua e pelo Sol**
 - o De acordo com a equação das forças diferenciais, a força de maré é directamente proporcional à massa do corpo que provoca a maré e inversamente proporcional ao cubo da distância entre o corpo que provoca a maré e o que sofre a maré.
 - o Vamos comparar as marés produzidas pelo Sol e pela Lua em uma partícula de massa m na superfície da Terra.

$$\frac{dF_{\odot}}{dF_L} = \frac{M_{\odot}}{M_L} \left(\frac{d_L}{d_{\odot}} \right)^3 = \frac{2 \times 10^{30} \text{ kg}}{7,35 \times 10^{22} \text{ kg}} \left(\frac{384\,000 \text{ km}}{149\,600\,000 \text{ km}} \right)^3 = 0,46$$

- o Portanto, embora a massa do Sol seja muito maior do que a da Lua, por ele estar também muito mais distante, a maré provocada pelo Sol tem menos da metade do efeito da provocada pela Lua.



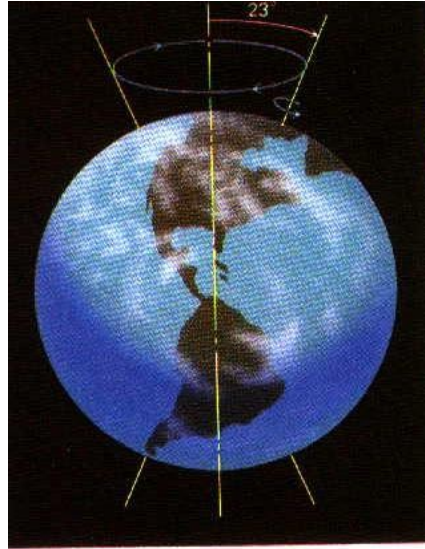
- o Mas os efeitos das duas marés se combinam vectorialmente, de forma que a intensidade da maré resultante depende da elongação da Lua.
- o Na Lua Nova e Lua Cheia, as duas forças se somam e produzem as marés cheias mais altas e marés baixas mais baixas. Na Lua Quarto Crescente ou Minguante os efeitos da maré são atenuados.



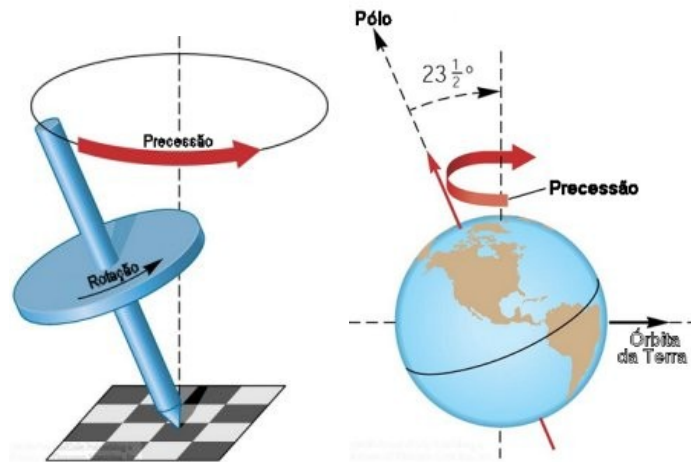
(<http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node5.htm#SECTION00122000000000000000>)

- **Precessão do Eixo da Terra**

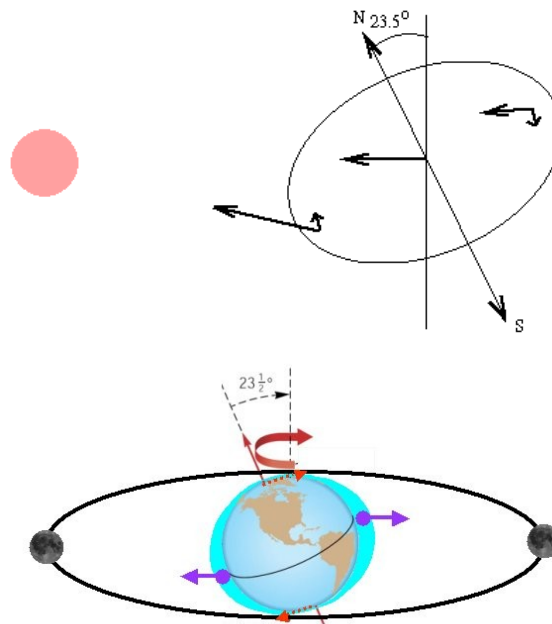
- o Um outro efeito das forças diferenciais do Sol e da Lua na Terra, além das marés, é o movimento de precessão da Terra.



- o O que causa a precessão?
 - A Terra não é perfeitamente esférica, mas sim achatada nos pólos e bojudada no equador.
 - Seu diâmetro equatorial é cerca de 40 km maior do que o diâmetro polar.
 - Além disso, o plano do equador terrestre e, portanto, o plano do bojo equatorial, está inclinado $23^{\circ} 26' 21,418''$ em relação ao plano da eclíptica, que por sua vez está inclinado $5^{\circ} 8'$ em relação ao plano da órbita da Lua.



- o Por causa disso, as forças diferenciais (que ficam mais importantes nos dois bojos da Terra) tendem não apenas a achatá-la ainda mais, mas também tendem a "endireitar" o seu eixo, alinhando-o com o eixo da eclíptica (veja a figura abaixo).



- o Como a Terra está girando, o eixo da Terra não se alinha com o eixo da eclíptica, mas precessiona em torno dele, da mesma forma que um pião posto a girar precessiona em torno do eixo vertical ao solo.
- o No caso do pião, o seu peso gera um torque.

$$\vec{N} = \vec{r} \times m\vec{g}.$$

Onde \vec{r} é o vector posição do centro de massa do pião em relação ao ponto de contacto com o solo, e $m\vec{g}$ é a força peso. Portanto o torque \vec{N} é paralelo ao solo, perpendicular à força peso, e perpendicular ao momentum angular de rotação do pião. Em módulo, seu valor é $N = mgr \sin(\theta)$, sendo θ o ângulo de inclinação do eixo do pião em relação à vertical ao solo.

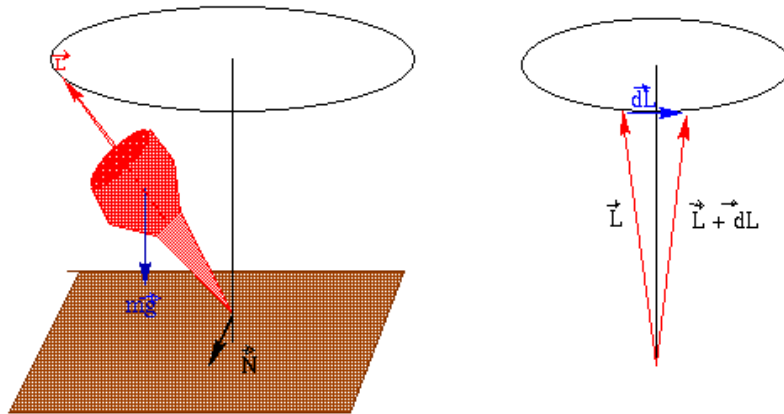
- o Como o torque é dado por:

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

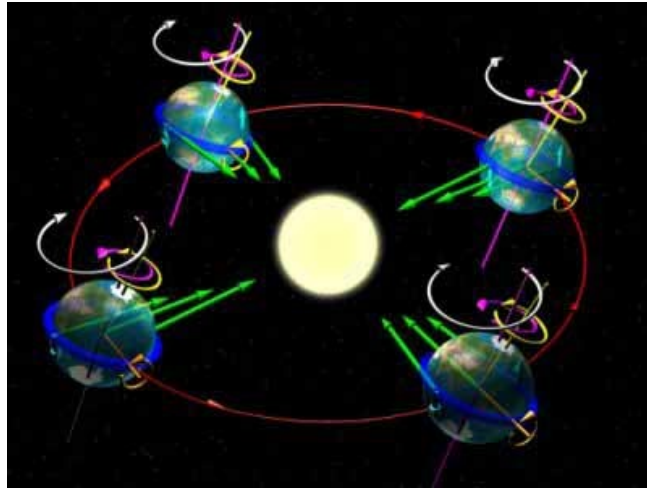
- o O seu efeito é variar o momentum angular do pião. Essa variação é expressa por:

$$d\vec{L} = \vec{N} dt$$

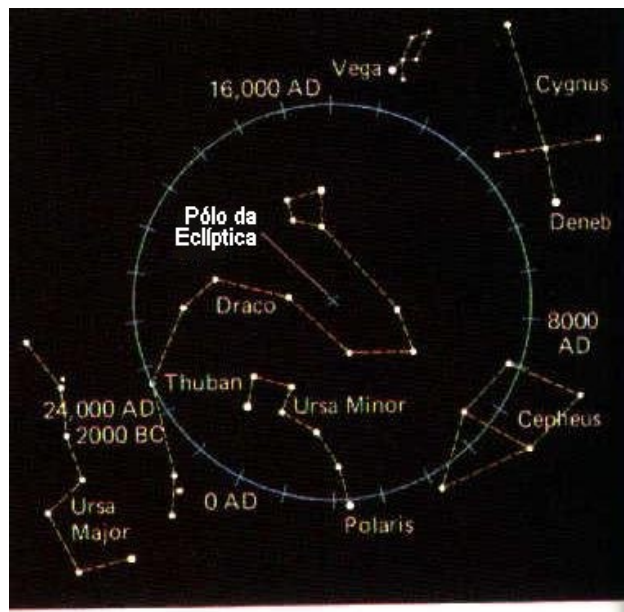
- o Ou seja, tem a mesma direcção de \vec{N} .
- o Como \vec{L} e \vec{N} são perpendiculares, o torque não altera o módulo de \vec{L} , mas apenas sua direcção, fazendo-o precessionar em torno do eixo perpendicular ao solo.



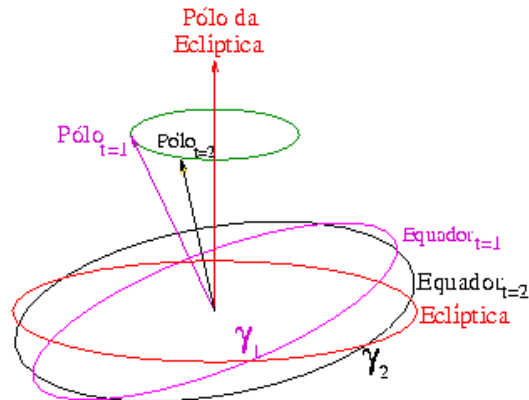
- o No caso da Terra, as forças diferenciais gravitacionais da Lua e do Sol produzem um torque que tende a alinhar o eixo de rotação da Terra com o eixo da eclíptica, mas como esse torque é perpendicular ao momentum angular de rotação da Terra, seu efeito é mudar a direcção do eixo de rotação, sem alterar sua inclinação.
- o Portanto, os pólos celestes não ocupam uma posição fixa no céu:
 - o Cada pólo celeste se move lentamente em torno do respectivo pólo da eclíptica, descrevendo uma circunferência em torno dele com raio de 23,5 graus.
 - o O tempo necessário para descrever uma volta completa é 25 770 anos.
 - o Actualmente o Pólo Celeste Norte está nas proximidades da estrela Polar, na constelação da Ursa Menor, mas isso não será sempre assim. Daqui a cerca de 13000 anos ele estará nas proximidades da estrela Vega, na constelação de Lira.



- Caminho aparente do Polo Norte celeste no céu

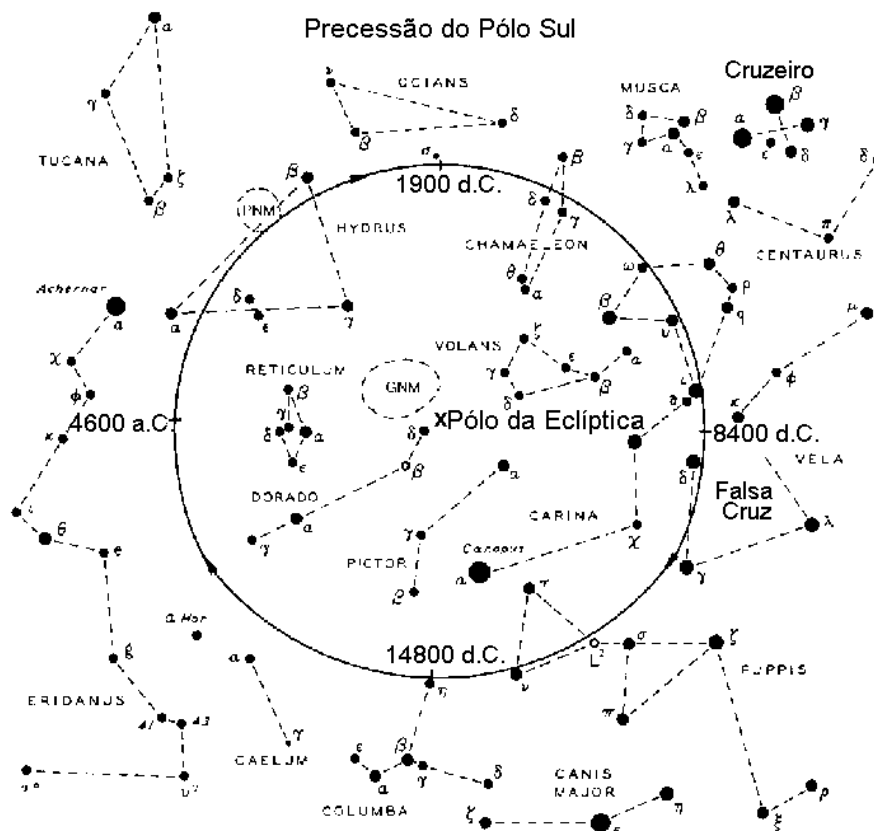


- o Apesar de o movimento de precessão ser tão lento (apenas $50,290966''$ por ano), ele foi percebido já pelo astrônomo grego Hiparco, no ano 129 a.C., ao comparar suas observações da posição da estrela Spica (α Virginis) com observações feitas por Timocharis de Alexandria (c.320-c.260 a.C.) em 273 a.C.
- o Timocharis tinha medido que Spica estava a 172° do ponto vernal, mas Hiparco media somente 174° . Ele concluiu que o ponto vernal havia se movido 2 graus em 144 anos.



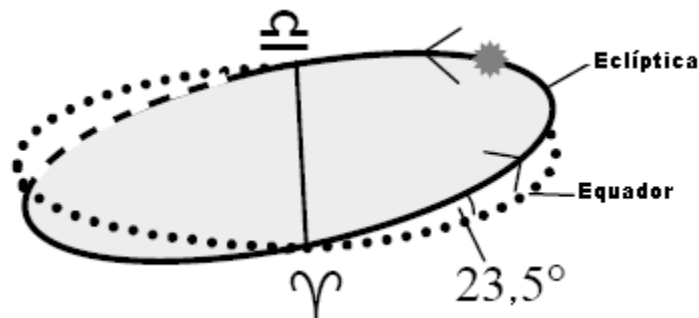
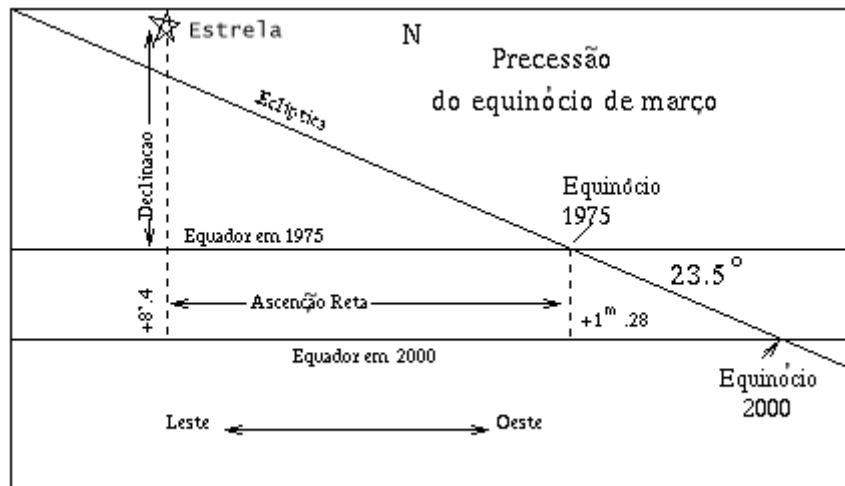
- o O movimento de precessão da Terra é conhecido como precessão dos equinócios, porque, devido a ele, os equinócios (ponto vernal e ponto outonal) se deslocam ao longo da eclíptica no sentido de ir ao encontro do Sol (retrógrado em relação ao movimento da Terra em torno do Sol) 50,29"/ano.

- Caminho aparente do Polo Sul celeste no céu



- O Sol leva 20 min para se mover 50'' na eclíptica (na verdade a Terra leva 20 min para se mover 50'' na sua órbita).
- Por causa disso, o ano tropical, que é medido em relação aos equinócios, é 20 min mais curto do que o ano sideral, medido em relação às estrelas.
- A precessão não tem nenhum efeito importante sobre as estações, uma vez que o eixo da Terra mantém sua inclinação de 23,5 graus em relação ao eixo da eclíptica enquanto precessiona em torno dele.
- Como o ano do nosso calendário é baseado nos equinócios, a primavera continua iniciando em Setembro no hemisfério sul, e em Março no hemisfério norte.
- A única coisa que muda são as estrelas visíveis no céu durante a noite em diferentes épocas do ano. Por exemplo, actualmente Órion é uma constelação característica de Dezembro, e o Escorpião é uma constelação característica de Junho. Daqui a 13000 anos será o oposto.

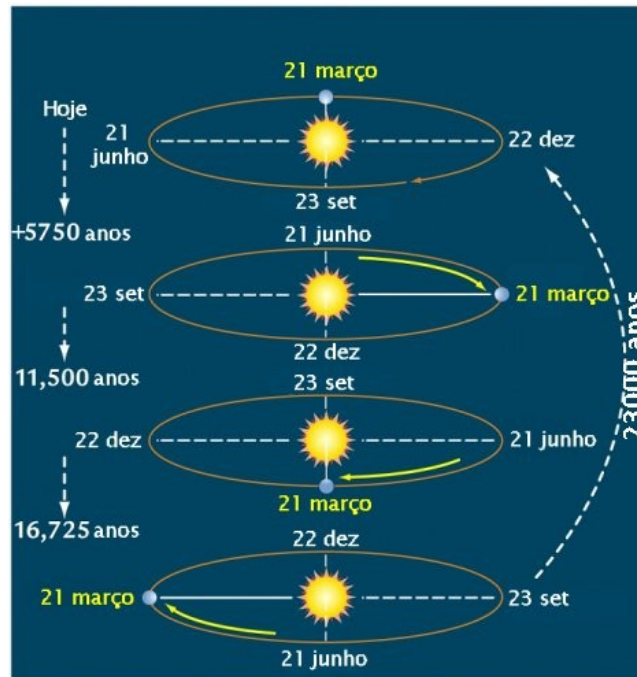
- **Precessão do Equinócio**



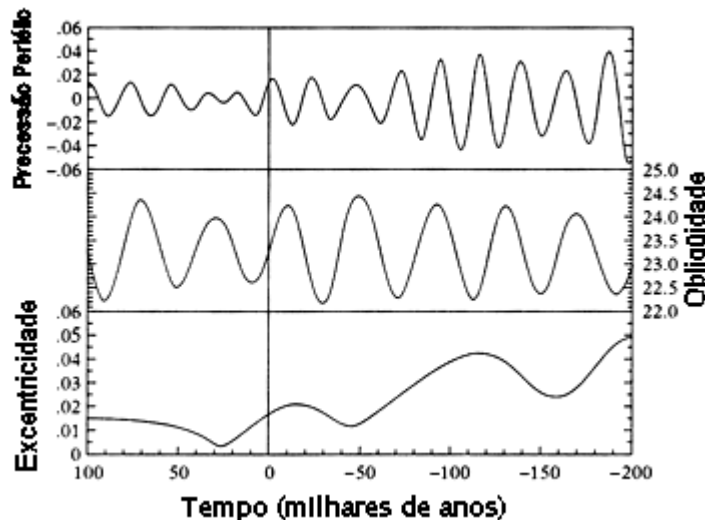
- Uma consequência da precessão é a variação da ascensão reta e da declinação das estrelas.
- Por isso os astrônomos, ao apontarem seus telescópios para o céu, devem corrigir as coordenadas tabeladas da estrela que irão observar pelo efeito de precessão acumulado desde a data em que as coordenadas foram registradas até a data da observação.
- A próxima correção ao movimento chama-se **nutação** e trata-se da componente não circular (bamboleio) do movimento do pólo da Terra em torno do pólo da eclíptica, causada pelas variações na inclinação da órbita da Lua em relação à órbita da Terra em torno do Sol (de $18^{\circ} 18'$ a $28^{\circ} 36'$).

- A principal contribuição da nutação na obliquidade tem uma amplitude de 9,2025" e período de 18,613 anos, mas contribuições menores, como 0,57" com períodos de 182,62 dias, também estão presentes.
- As forças diferenciais do Sol e da Lua sobre a Terra são mais complexas do que nossa aproximação pois os três corpos não são esféricos.
- Existe ainda a pequena contribuição das forças diferenciais causada pelos planetas sobre a Terra.
- Por completeza, devido ao torque causado pela Lua, Sol, além dos outros planetas, por deslocamentos de matéria em diferentes partes do planeta, elasticidade do manto, achatamento da Terra, estrutura e propriedades da borda entre núcleo e manto, reologia (deformação) do núcleo, variabilidade dos oceanos e da atmosfera, a inclinação (obliquidade) do eixo da Terra em relação ao eixo da eclíptica está decrescendo 0,46815 "/ano, ou

$$\epsilon = 23^{\circ}26'21,418'' - 0,46815''t - 0,0000059''t^2 + 0,00001813''t^3, \quad t \equiv (\text{ano} - 2000)$$



- A precessão do eixo de rotação da Terra é causada pelas perturbações da Lua e do Sol na Terra oblata.
- Ela faz que, na data de uma estação, a Terra esteja em uma posição diferente na órbita em torno do Sol, com o passar do tempo.
- A precessão do periélio da Terra é causada principalmente pelas perturbações gravitacionais dos planetas gigantes, Júpiter e Saturno sobre a órbita da Terra; estas perturbações fazem que a precessão em relação ao Sol tenha um período de cerca de 21000 a 23000 anos, e não no período de 25770 anos de precessão em relação às estrelas.
- Este efeito, da mudança da data de periélio, tem pouca influência nas estações, na actualidade.
- Entretanto, a excentricidade da órbita da Terra varia de quase 0 (0,017 actual) até cerca de 3 vezes a actual (0,07), em uma escala de tempo da ordem de 100 mil anos.



- Variação da precessão do periélio e da excentricidade da órbita da Terra em torno do Sol, devido aos efeitos de muitos corpos do sistema solar.
- Um outro efeito de muitos corpos é a variação da obliquidade da eclíptica, (de 22,1° a 24,5°) em torno do valor médio de 23,4° com um período da ordem de 41 mil anos, conhecido como o ciclo de Milankovitch, proposto pela astrônomo sérvio Milutin Milankovitch (1879-1958) em 1920, para explicar as idades do gelo.
- As evidências indicam que o ciclo climático mais importante é da ordem de 100 mil anos, o que coincide com o ciclo de excentricidade.

- Por outro lado, a variação em excentricidade, sozinha, constitui o factor que menos influencia a variação em insolação na Terra.
 - Note que a idade do gelo se reforça, pois quando a Terra está coberta de gelo ela reflete mais luz do Sol ao espaço, aumentando o esfriamento.
-